NIVELACION DE PRECISION CORREGIDA POR LA DIFERENCIA DE INTENSIDADES DE LA GRAVEDAD ENTRE LOS BANCOS.

Ricardo Toscano

RESUMEN

In the present work a new method designed by Th. Niethammer is presented in order to correct the Precision leveling using the values of the gravitational constant g *found with gravimeters or with the pendulum. This procedure has been applied to a small gravimetric polygonal between the Department of Geography and the University City in Mexico, D.F.*

We propose also an easy method to take into account the corrections for "topography".

En el libro intitulado "Cuatro campañas geodésicas en la zona cordillera de la Provincia de Mendoza", escrito por el ingeniero argentino Don Eduardo E. Baglietto, viene descrito un procedimiento para corregir los datos de una nivelación de precisión, teniendo en cuenta las diferencias de gravedad encontradas en los "bancos".

En el año 1932, Th. Niethammer corrigió las nivelaciones de Suiza utilizando los valores de la aceleración g encontrada con el péndulo, para lo cual se basó en el principio de la igualdad del trabajo entre el nivel del mar y una superficie de nivel dada. En la séptima Asamblea General de la Asociación Geodesica Internacional reunida en Washington en 1939, se aprobó una ponencia de Niethammer en la cual dicha Asociación recomienda, que en lo sucesivo, se ejecuten observaciones gravimétricas en las líneas de nivelación de precisión, pues sólo de esta manera puede tenerse confianza en los desniveles obtenidos. Se recomienda el uso del gravímetro, tanto por su sencillez como por la precisión que con él se obtiene. Este instrumento no da valores absolutos de la intensidad de la gravedad, sino diferencias de éstas entre los puntos elegidos para hacer las observaciones. Si se parte, pues, de un punto del cual se conozca su gravedad, podrá determinarse la de un punto ligado con el primero, por simple suma algebraica de las diferencias encontradas entre las estaciones intermedias. Lo más común es que se comience la nivelación en un punto situado a cierta altura sobre el nivel del mar y se termine en otro que se encuentre en las mismas condiciones; pero siempre hay que partir de un lugar del cual se conozca su gravedad absoluta. Una corrección que hay que tomar en cuenta para estos puntos, es la de "altura" llamada comunmente "corrección por aire libre". Esta corrección se basa en el principio de que las intensidades de la gravedad varían en razón inversa de los cuadrados de las distancias al centro de la tierra.

Sean g_o y g las intensidades de la gravedad al nivel del mar y a una altura H. En virtud del principio antes enunciado se tiene:

$$g_o = g\,\frac{(R+H)^2}{R^2} = g\left[1+\frac{H}{R}\right]^2 = g\left[1+\frac{2H}{R}\right] = g + 0.000308\,H\,, \qquad (1)$$

pues se puede despreciar el término H^2/R^2 por ser muy pequeño H con relación al radio de la tierra R. Para calcular el coeficiente 0.000308 se han puesto por R y g sus valores medios.

TRABAJO ENTRE UNA SUPERFICIE DE NIVEL DE ALTURA H Y LA SUPERFICIE DEL MAR.

Sea g la gravedad observada a una altura H sobre el nivel del mar, y g' la gravedad deducida en un punto M, figura 1, de la vertical que pasa por el punto A en que se obtuvo la gravedad g. Sea h la distancia entre los puntos A y M y MN un segmento infinitamente pequeño de altura igual a dh. Para no complicar el problema consideraremos como única atracción local la de Bouguer, igual a kh, siendo $k = 0.000109$ para una densidad del terreno igual a 2.60; así es que de acuerdo con la fórmula (1) se tiene:

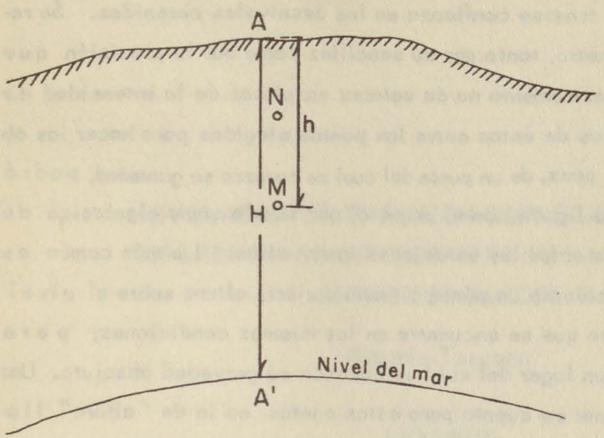

Fig. I

$$g' = g + 0.000308\,h - kh \quad . \qquad (2)$$

El trabajo elemental para que una partícula descienda de N a M tiene por valor:

$$dw = (g + 0.000308\,h - kh)\,dh \quad . \qquad (3)$$

Efectuando la integración entre los límites 0 y H, se obtiene:

$$W = gH + 0.000154\,H^2 - \tfrac{1}{2}\,kH^2 = H(g + 0.0001\,H) \quad , \qquad (4)$$

la cual se ha obtenido poniendo por $\frac{1}{2}k$ su valor, 0.000054.

DETERMINACION DE LAS VERDADERAS COTAS EN FUNCION DE LOS TRABAJOS.

En la figura 2, AB es el nivel del mar, y 1,2,3,4,5,6 los puntos en que se hicieron observaciones gravimétricas. El perímetro AB654321A es un circuito cerrado y el trabajo sobre la superficie del mar es nulo. El trabajo de la gravedad entre A y el punto 6 debe ser igual al trabajo entre B y el punto 6. En la poligonal gravimétrica se consideran como gravedades en los tramos 1-2, 2-3, ..., 5-6, los promedios de las gravedades en 1 y 2, en 2 y 3, etc. La suma de los trabajos en la poligonal gravimétrica tiene el valor:

$$t = g_1 h_1 + g_2 h_2 + \dots + g_5 h_5 \quad , \qquad (5)$$

en la cual, las h son los desniveles y las g los promedios de gravedades en los tramos.

Los trabajos entre A y 1; y entre B y 6, tienen los valores:

$$T_1 = H_1(g_1 + 0.0001\, H_1) \; ; \qquad T_6 = H_6(g_6 + 0.0001\, H_6) \quad . \qquad (6)$$

Se debe tener:

$$T_6 = T_1 + t \quad .$$

Poniendo por los trabajos sus valores y despejando a H_6 que es la incógnita, se tiene:

$$H_6 = \frac{H_1 (g_1 + 0.0001\, H_1) + t}{g_6 + 0.0001\, H_6} \quad . \qquad (7)$$

Si la poligonal tiene n lados, se pone n en lugar de 6, en la anterior.

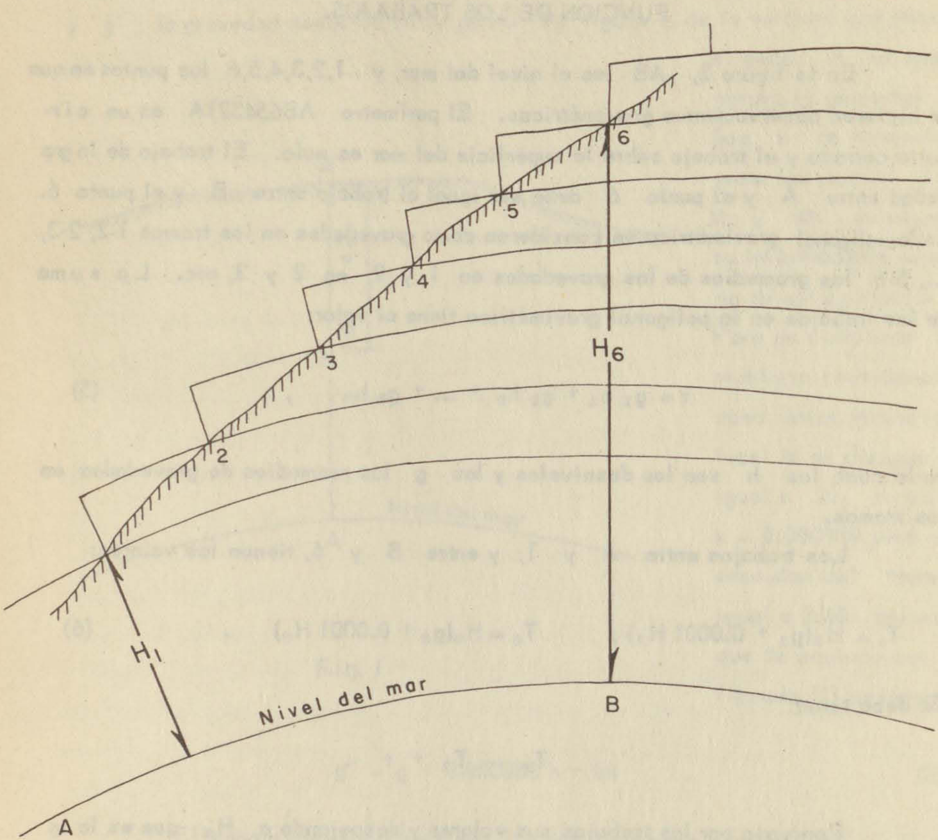

Fig. 2

EJEMPLO.

POLIGONAL ENTRE LA DIRECCION DE GEOGRAFIA Y LA CIUDAD UNIVERSITARIA.

Tramos	Diferencias de gravedad	Puntos	Gravedades observadas	Promedios	Desniveles y	trabajos
1-2	0.009,583	1.-Dir.Geografía	977.9360	977.9408	-42.16	-41230
2-3	0.003,096	2.-Parque Lira	.9456	.9472	-12.75	-12469
3-4	0.000,226	3.-Progreso	.9487	.9488	2.21	-2161
4-5	- 0.001,265	4.-Jardín Morelos	.9489	.9482	+ 3.17	-3100
5-6	- 0.011,748	5.-La Morena	.9476	.9417	+22.33	+21838
		6.-Ciudad Univ.	.9359			Suma
		1.-Dir.Geografía	.9360		31.619	- 30922

Altitud del punto 1 (nivelación de precisión)	2298.735	g_1	977.936
Desnivel	- 31.619	$+0.0001\ H_1$	0.230
Altitud del punto 6, aproximada	2267.116	g_1 corregida	978.166
		g_6	977.936

$g_1 H_1 = 2248544$; $t = -30922$; $H_6 = \dfrac{2217622}{978.163} = 2267.130 + 0.0001 H_6$ 0.227

978.163

TRANSFORMACION DE LA FORMULA (7)

Hagamos:

$$g_1 = g_n + \Delta g \; ; \quad H_1 = H_n + \Delta H \; .$$

Poniendo estos valores en la (7), se obtiene:

$$H_n = H_1 \left[1 + \frac{\Delta g + 0.0001\,\Delta H}{g_n + 0.0001\,H_n} \right] + \frac{t}{g_n + 0.0001\,H_n}$$

Como el segundo término es muy pequeño, se puede poner:

$$H_n = H_1 + H_1 \frac{(\Delta g + 0.0001 \Delta H)}{1000} + \frac{t}{g_n + 0.0001 H_n} \quad . \qquad (8)$$

Apliquemos esta fórmula al ejemplo anterior.

$\Delta g = 0$; $\Delta H = 31.619$; $H_1 = 2298.735$, $g_n = 978.163$; $t = -30922$

H_1	2298.735
$0.001\, H_1 (\Delta g + 0.0001 \Delta H)$	0.007
$+ t / (g_n + 0.0001 H_n)$	-31.612
H_6	2267.130

DETERMINACION DEL DESNIVEL DE LA POLIGONAL GRAVIMETRICA

Para tener el desnivel verdadero entre los puntos inicial y terminal de una poligonal gravimétrica , basta aplicar la fórmula:

$$H = \frac{t}{g_N + 0.0001\, h'} \quad , \qquad (9)$$

en la cual, g_N es la gravedad en el punto terminal; h', el desnivel dado por la nivelación y t la suma de los trabajos entre los puntos inicial y terminal.

En nuestro ejemplo se tiene:

$t = -30922$; $g_N = 977.936$; $0.0001\, H_N = 0.227$; $0.0001\, h' = 0.003$, para $h' = 31.619$.

Resulta: $h = 31.619$, valor igual al dado por la nivelación.

Esta fórmula no da la altitud del punto terminal sobre el nivel del mar. Para obtener ésta, hay que aplicar al desnivel la corrección ortométrica.

Para $1'$ de diferencia de latitud entre los puntos:

$c = - 0.000001537 \text{ sen } 2\varphi (\varphi' - \varphi) H$; H , altura media .

En nuestro caso, $\varphi = 19°24'$; $\varphi' - \varphi = -4'$; $H = 2267.116$. Resulta:

$$c = 0.009 \; ; \; H \text{ corregida} = 2267.125 \quad . \; . \qquad (10)$$