

# MODELO NUMÉRICO DE UNA NUBE CÚMULOS

JORGE ESTRADA BETANCOURT\*

## RESUMEN

En este trabajo se simula una nube del tipo cúmulos con un modelo numérico unidimensional integrando ecuaciones hidrodinámicas y termodinámicas. En el modelo se incluyen procesos de Física de las Nubes, como son condensación, evaporación y velocidad terminal de caída de las gotas de lluvia respecto al aire. La distribución de gotas por tamaños se describen en términos de una función exponencial. El contenido de agua en forma de gotas de nube y gotas de lluvia, la intensidad de la lluvia y la reflectibilidad del radar se calculan directamente de la distribución de gotas por tamaños.

En los experimentos numéricos se tienen los siguientes resultados: 1) Si la atmósfera tiene suficiente estabilidad condicional no se forma la nube. 2) La distancia radial al centro de la corriente convectiva y el desarrollo vertical de la nube son directamente proporcionales. 3) La existencia de inversiones en la atmósfera limita el desarrollo de la nube. 4) La precipitación total y la duración de la precipitación son directamente proporcionales a la altura del tope de la nube. 5) La humedad relativa es importante en el desarrollo de la nube. 6) El calor latente de condensación es importante en el desarrollo de la nube antes del nivel de congelación.

## 1. INTRODUCCIÓN

Con base en datos observados se puede considerar que la nube y su vecindad difieren en varios parámetros, siendo algunos la humedad, temperatura y cantidad de movimiento. Como la nube y su vecindad no están limitadas por paredes físicas, ocurre la interacción produciéndose un intercambio de masa, calor latente, calor sensible y cantidad de movimiento.

En estudios iniciales, la mezcla por arrastre se derivó de principios de continuidad de masa (Houghton y Cramer, 1951), su determinación es experimental, y para el caso de una nube cúmulos, lo más común es con-

\* Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM.

siderar que la mezcla por arrastre ocurre igual que en una corriente estable. La mezcla por arrastre es uno de los procesos más destructivos de las nubes cúmulos por la incorporación continua de aire de la vecindad a la nube por las paredes de la corriente convectiva y esto tiene como consecuencias: 1) Disminución de la temperatura de la nube por la transferencia de calor sensible de la nube a la vecindad. 2) La nube pierde saturación, resultando como consecuencia una pérdida de calor latente de evaporación por parte de la nube. 3) La región turbulenta de la nube crece en la vecindad continua y estacionaria, perdiendo cantidad de movimiento.

En las nubes cúmulos existe una interacción importante entre su dinámica y su microfísica, esto es, la corriente convectiva controla el desarrollo de la precipitación que después, al caer, interfiere con dicha corriente y anula su desarrollo, a su vez la precipitación se evapora en parte, principalmente las gotas de menor tamaño, por lo cual, se produce un descenso de la temperatura en esta corriente vertical descendente. Se considera que el agua en la nube puede existir en estado líquido y gaseoso, en el primero, formando gotas de nube y gotas de lluvia. La transición de un estado a otro se parametriza con base en los trabajos de Kessler (1959, 1969). Según esta parametrización, cualquier exceso de vapor respecto al valor de equilibrio, condensa en forma de gotas de nube, y a su vez, el agua en forma de gotas de nube se transforma en gotas de lluvia tan pronto como se supera un valor umbral del contenido de agua en forma de gotas de nube. La transformación de vapor a gotas de nube o de gotas de nube a gotas de lluvia, en el modelo, es espontánea y por tanto, irreal.

El calor latente de condensación que se libera en el cambio de fase de vapor a líquido, al ascender el aire húmedo, es la energía principal que interviene en las nubes del tipo cúmulos, siguiendo en importancia el calor latente de congelamiento y el calor latente de sublimación. Se considera que la congelación en la nube ocurre a la altura donde la nube alcanza una temperatura que es igual a la temperatura de nucleación del hielo. El calor latente liberado a consecuencia de la congelación y la sublimación, influye durante el ascenso de la nube por la adiabática húmeda arriba del nivel de congelación.

El proceso microfísico, mediante el cual a partir de gotas de nube formadas por condensación se llega al desarrollo de la precipitación y también los detalles de cómo la distribución inicial de gotas de nube se transforma en una distribución de gotas de lluvia, aún están en investigación; los modelos numéricos que simulan esta evolución se basan en hipótesis simples y la condensación, coalescencia, aglomeración y evaporación

se parametrizan. Para explicar la formación de la precipitación se tiene la Teoría Clásica de la Precipitación, algunos de sus enunciados se escriben a continuación: 1) La condensación inicial ocurre en forma de gotas, cuyos diámetros son menores a  $100 \mu\text{m}$ . 2) Inicialmente existe una distribución de tamaños de las gotas que propicia las colisiones y la coalescencia entre ellas, formando gotas de diámetro mayor a  $100 \mu\text{m}$  denominadas gotas de lluvia. Si la nube sobrepasa el nivel de congelación, la precipitación se forma por aglomeración. 3) La masa de las gotas grandes no puede ser sostenida por la corriente convectiva y cae respecto a ésta. En su caída coalescen con otras gotas. 4) Bajo la nube la vecindad no está saturada, si las gotas que precipitan no son lo suficientemente grandes, se evaporan antes de tocar tierra.

En el modelo numérico de la nube cúmulos se supone que el agua en forma de gotas de nube se evapora completamente en la corriente descendente y que en la etapa de decaimiento de la nube las gotas de lluvia se siguen formando y colectando gotas de nube.

## 2. MODELO NUMÉRICO

### a) Suposiciones

Para la simulación numérica de una nube del tipo cúmulos se hicieron las siguientes suposiciones:

1) El modelo es unidimensional y estático. La simulación es en la dirección vertical  $h$ .

2) No se consideran efectos por la orografía y la naturaleza de la superficie.

3) Los procesos de Física de las Nubes incluidos en el modelo son condensación, evaporación, aglomeración, coalescencia y velocidad terminal de las gotas de lluvia.

4) El agua líquida en la nube está en forma de gotas de nube y gotas de lluvia.

5) El agua de la nube en forma de gotas de nube se genera por nucleación heterogénea y su variación puede ser por evaporación para restaurar la insaturación producida por mezcla de la nube con su vecindad y por conversión a gotas de lluvia por coalescencia.

6) El agua en forma de gotas de lluvia, que precipitan, se producen solamente por conversión y colección. La precipitación está formada exclusivamente por esta agua.

7) No se incluye en el modelo, corrección por cizalladura del viento horizontal.

## b) Ecuaciones

### 1) Mezcla por arrastre

El parámetro de mezcla por arrastre se calcula con la ecuación deducida por Sloss (1967).

$$m = \frac{1}{M} \frac{dM}{dh} = 0.076 + 0.076/\eta \quad (1)$$

### 2) Presión del vapor saturado

$$e_s(T) = e^{\left(\frac{1.079T-4782.9}{T-35.9}\right)} \quad (2)$$

### 3) Razón de mezcla

La razón de mezcla saturada se calcula con la ecuación

$$RM_s = \frac{e_s(T)}{P - e_s(T)} \quad (3)$$

y la razón de mezcla de una muestra de aire se calcula con la ecuación

$$(RM)_k = (RM_s) (H_r)_k \quad (4)$$

### 4) Velocidad

El cambio de la velocidad vertical de la corriente convectiva se calcula con la ecuación

$$\frac{dU}{dt} = \left[ L \frac{T - T_v}{T_v} - \mathcal{A}_t \right] g - \mathcal{M} U \quad (5)$$

### 5) Distancia radial al centro de la corriente convectiva

El cálculo de la distancia radial al centro de la corriente convectiva, con base en la continuidad de masa, se calcula con la ecuación

$$r_2 = r_1 \frac{U_1 \rho_1}{U_2 \rho_2} \quad (6)$$

6) *Altura de la precipitación*

La lluvia total en mm. de altura, en la base de la nube se calcula con la ecuación

$$\mathcal{R} = \sum_{k=1}^n (\Delta \mathcal{A}_h)_k \quad (7)$$

donde

$$\Delta \mathcal{A}_h = \mathcal{A}_h V_t \Delta t \rho_w / \rho_a \quad (8)$$

7) *Duración de la precipitación*

La duración de la precipitación se calcula como el tiempo que tarda una gota de lluvia de volumen medio en recorrer la distancia base-tope-base de la nube, con velocidad terminal

$$P = \frac{2Z}{V_t} \quad (9)$$

8) *Área de convección*

El área de convección se calcula con base en el método de la Rebanada, considerando en los cálculos la base y el tope de la nube resulta la ecuación

$$\frac{A}{A'} = \frac{dT - dT_v}{dT_v - 0.0098dh} \quad (10)$$

9) *Factor de reflectibilidad del radar*

La reflectibilidad del radar se calcula con la ecuación deducida por Smith, Dennis y Miller (1975)

$$\mathcal{F} = 155 G^{1.88} \quad (11)$$

10) *Gradiente térmico de la nube*

La razón de cambio de la temperatura de la nube con la altura se calcula con base en la 1a. Ley de la Termodinámica y en la ecuación de Clausius-Clapeyron, resultando la ecuación

$$\frac{dT}{dh} = \frac{\Gamma_d \left( 1 + \frac{L \cdot RM}{RT} \right) - \mathcal{M} (T - T_v) - \mathcal{M} \frac{L}{c_p} (RM - RM_s) \Gamma_d}{1 + \frac{RM_s \cdot \epsilon \cdot L^2}{c_p RT^2}} + \Delta T \quad (12)$$

$$\Delta T \begin{cases} = \frac{\mathcal{A}_c L_t + \epsilon L_s \left( \frac{\bar{p}_\omega}{P - \bar{p}_\omega} - \frac{\bar{p}_i}{P - \bar{p}_i} \right)}{1 + \frac{RM_s \epsilon \cdot L^2}{c_p IR T^2}}, & \text{si } T \leq -5 \text{ C} \\ = 0 & \text{si } T > -5 \text{ C} \end{cases} \quad (13)$$

### 11) *Crecimiento por captura*

Una gota de lluvia de diámetro  $d$ , que cae a la velocidad terminal, barre un volumen ocupado por gotas de nube, e incrementa su masa en

$$\frac{\delta M}{\delta t} = \frac{\pi E d^2 V_t \mathcal{A}_n}{4} \quad (14)$$

### 12) *Contenido total de agua en la nube*

El contenido total de agua en la nube está formado por el agua en gotas de lluvia y el agua en forma de gotas de nube, esto es

$$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_n + \mathcal{A}_h \quad (15)$$

y su variación con el tiempo es

$$\frac{d\mathcal{A}_t}{dt} = - \frac{d(RM_s)}{dh} - \mathcal{M} (RM - RM_v - \mathcal{A}_n) \quad (16)$$

### 13) *Colección y conversión*

La colección y la conversión se describen por relaciones deducidas por Kessler (1959, 1969), en virtud de razones empíricas acerca de la distribución por tamaños, de las gotas, velocidades de caída y la conversión de gotas de nube en lluvia, con ello se simplifican mucho los cálculos y se hace innecesario considerar la existencia de gotas de diferente tamaño, como lo estipula la Teoría Clásica de Precipitación.

i) Variación del agua en forma de nube con el tiempo

$$\left. \frac{d\mathcal{A}_h}{dt} \right]_{\text{conv.}} - \left. \frac{d\mathcal{A}_n}{dt} \right]_{\text{coleccion.}} = k_1 (\mathcal{A}_n - b) \quad (17)$$

donde  $k_1$  y  $b$  son constantes,  $b = 0.5$

ii) Variación del agua en forma de lluvia con el tiempo

$$\frac{d \mathcal{A}_h}{dt} = K_2 \mathcal{A}_n \mathcal{A}_h^{.875} = \frac{\pi \mathcal{A}_n E N_0 a \Gamma(3+b)}{4 \lambda^{3+b}} \quad (18)$$

donde  $K_2 = 0.0052$ ,  $a = -130$ ,  $b = 0.5$  y  $N_d = N_0 e^{-\lambda b}$ ,  $0 \leq d \leq \infty$

iii) Velocidad terminal de caída

$$V_t = 5.32 (\mathcal{A}_h)^{1/5} \quad (19)$$

b) Esquema de cálculo

El dominio bajo consideración, en este caso la dirección vertical, tiene una longitud que va desde la base de la nube a la altura que cubran los datos que se usen del radiosonda. Esta longitud se divide en  $n$  segmentos de igual longitud, como no se tienen datos en todos los segmentos se hace una interpolación. Las ecuaciones diferenciales se integran usando la aproximación de diferencias finitas adelantadas.

El tiempo medio en CPU es de 0.50 segundos IO en el sistema B6700, el programa está codificado en FORTRAN IV.

c) Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales son los datos calculados por interpolación en cada segmento. Las ecuaciones que se usan en estos cálculos se escriben a continuación:

1) Presión

$$p_k = p_{k-1} e^{\frac{-g\Delta h}{R T_{k-1}}} \quad (20)$$

2) Temperatura

$$T_k = T_{k-1} + a^* (T_2 - T_1) \quad (21)$$

donde

$$a^* = \text{Ln} (p_k/p_{k-1}) \text{Ln}(p_2/p_1) \quad (22)$$

3) Humedad relativa

$$Hr_k = Hr_{k-1} + a^* (Hr_1 - Hr_2)/100 \quad (23)$$

4) Altura

$$h_k = h_{k-1} + \frac{1 R \bar{T}^* \text{Ln}(p_{k-1}/p_k)}{g} \quad (24)$$

## d) Condiciones en la frontera para la base de la nube

Las condiciones en la frontera para la base de la nube son las siguientes:

- 1) En este nivel la nube y su vecindad están a la misma presión y temperatura.
- 2) La nube tiene una velocidad vertical positiva.
- 3) La nube inicialmente está saturada en este nivel.

La fracción de nube se eleva cada intervalo en que se subdivide la altura por la adiabática húmeda y se enfría a una razón dada por el gradiente adiabático húmedo. Como la fracción de nube que se eleva inicialmente está saturada, al enfriarse ocurre la condensación, en este nuevo nivel la fracción de nube ascendente está más caliente que la vecindad, saturada, con algo de agua líquida y su masa incrementada por aire de la vecindad que se incorporó por arrastre. Esta mezcla entre nube y vecindad hace que la fracción de nube se modifique en algunas de sus propiedades, como la temperatura y la razón de mezcla que se reducen en la cantidad

$$T_1 = \frac{M T_o + dM T_v}{M + dM} \quad (25)$$

$$RM_{s1} = \frac{RM_{so} + dM \cdot RM}{M + dM} \quad (26)$$

## 3. EXPERIMENTO NUMÉRICO

En el experimento numérico se consideran diferentes parámetros y situaciones meteorológicas como se indica a continuación en cada caso.

## 1) CASO A1

En este caso se usaron los siguientes datos:

P(mb)	T(C)	Hr(%)	
800	15	90	El diámetro de la corriente ascendente de 2 km y la velocidad vertical del viento en la nube de 2 m/seg. Los resultados de este caso se muestran en la tabla 1.
554	2	92	
200	-47	60	
100	-50	50	

Tabla 1

Resultados del modelo numérico unidimensional de una nube cúmulos

<i>Diámetro de la corriente convectiva (Km)</i>	<i>Precipitación total (mm)</i>	<i>Duración de la precipitación (min)</i>	<i>Altura del tope de la nube (Km)</i>	<i>Altura de la inversión (Km)</i>	<i>Caso</i>
10	0.0	0.0	.2	Sin inversión	A1
10	—	—	Mayor a 15.4	”	A2
4	—	—	”	”	A3
6	—	—	”	”	A4
2	1.4	6.1	4.3	3.1	B1
2	1.4	6.1	4.3	3.1	B2
2	4.5	15.2	6.7	5.5	C1
2	4.4	15.0	6.7	5.5	C2
2	12.6	21.8	9.5	8.4	D1
2	12.0	21.4	9.3	8.4	D2
2	24.2	27.7	11.3	Sin inversión	E1
2	11.0	25.3	7.9	”	E2

## 2) CASO A2

Se usaron los datos siguientes:

P(mb)	T(C)	Hr(%)	
900	17	90	El diámetro de la corriente convectiva es de 10 km, la velocidad vertical del viento en la base de la nube es de 2 m/seg. Los resultados de este caso se muestran en la tabla 1.
608	-19	72	
554	-23	50	
200	-75	20	
100	-100	10	

## 3) CASO A3

Se usaron los mismos datos de presión, temperatura, humedad relativa y velocidad vertical del viento en la base de la nube, que en el caso A2. El diámetro de la corriente ascendente es de 4 km. Los resultados correspondientes a este caso se muestran en la tabla 1.

## 4) CASO A4

Se usaron los mismos datos de presión, temperatura, humedad relativa y velocidad vertical del viento en la base de la nube que en el caso A3. El diámetro de la corriente ascendente es de 6 km. Los resultados de este caso se muestran en la tabla 1.

## 5) CASO B1

En este caso se considera que existe una inversión a una altura que es aproximadamente un tercio de la troposfera. Esto se hace con el objeto de saber cómo influye la inversión en el desarrollo de la nube. Los datos que se usaron son los siguientes:

P(mb)	T(C)	Hr(%)	
860	15	88	El diámetro de la corriente ascendente es de 2 km, la velocidad vertical del viento en la nube es de 2 m/seg. Los resultados de este caso se muestran en la fig. 1 y en la tabla 1.
700	2	89	
650	2	71	
600	2	53	
490	-10	47	
330	-34	39	tran en la fig. 1 y en la tabla 1.
260	-49	8	
200	-59	2	

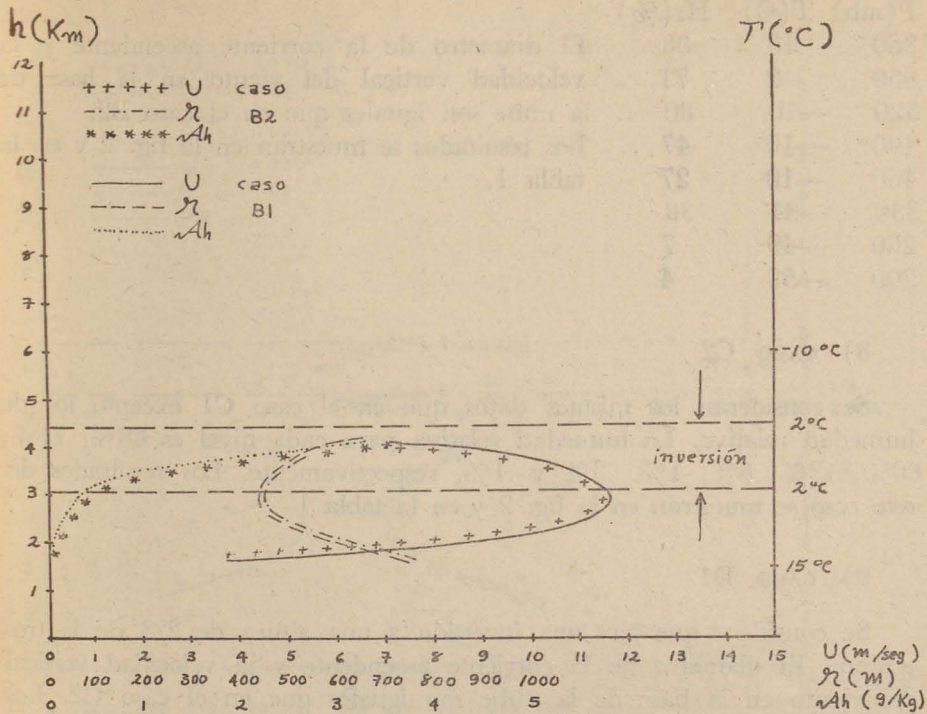


Fig. 1. Resultados del modelo numérico de una nube cúmulos para los casos B1 y B2.

6) CASO B2

En este caso se consideran los mismos datos de presión, temperatura, diámetro de la corriente, velocidad vertical del viento en la base de la nube y diferente humedad relativa. La humedad relativa para cada nivel de presión es 88%, 89%, 71%, 53%, 13%, 1%, .3% y .1%, respectivamente. Los resultados se muestran en la fig. 1 y en la tabla 1.

7) CASO C1

En este caso se considera que existe una inversión a una altura que es aproximadamente la mitad de la troposfera. Los datos que se usan son los siguientes:

P(mb)	T(C)	Hr(%)	
860	15	88	El diámetro de la corriente ascendente y la velocidad vertical del viento en la base de la nube son iguales que en el caso B2.
650	2	71	
520	-10	80	Los resultados se muestran en la fig. 2 y en la tabla 1.
490	-10	47	
460	-10	27	
330	-34	38	
260	-49	7	
200	-59	4	

## 8) CASO C2

Se consideran los mismos datos que en el caso C1 excepto los de humedad relativa. La humedad relativa para cada nivel es 88%, 71%, 80%, 13%, 8%, 1%, .3% y .1%, respectivamente. Los resultados de este caso se muestran en la fig. 2 y en la tabla 1.

## 9) CASO D1

Se considera que hay una inversión a una altura de 2/3 de la troposfera. El diámetro de la corriente ascendente y la velocidad vertical del viento en la base de la nube son iguales que en el caso C2. Los datos de presión, temperatura y humedad relativa que se usaron son:

P(mb)	T(C)	Hr(%)	
860	15	88	Los resultados de este caso se muestran en la fig. 3 y en la tabla 1.
650	2	71	
490	-13	58	
350	-34	58	
330	-34	36	
310	-34	30	
260	-49	7	
200	-59	2	

## 10) CASO D2

Se usan los mismos datos que en el caso D1 excepto los de humedad relativa, que ahora son para cada nivel 88%, 71%, 16%, 4%, .9%, .1%, 0% y 0%, respectivamente. Los resultados se muestran en la fig. 3 y en la tabla 1.

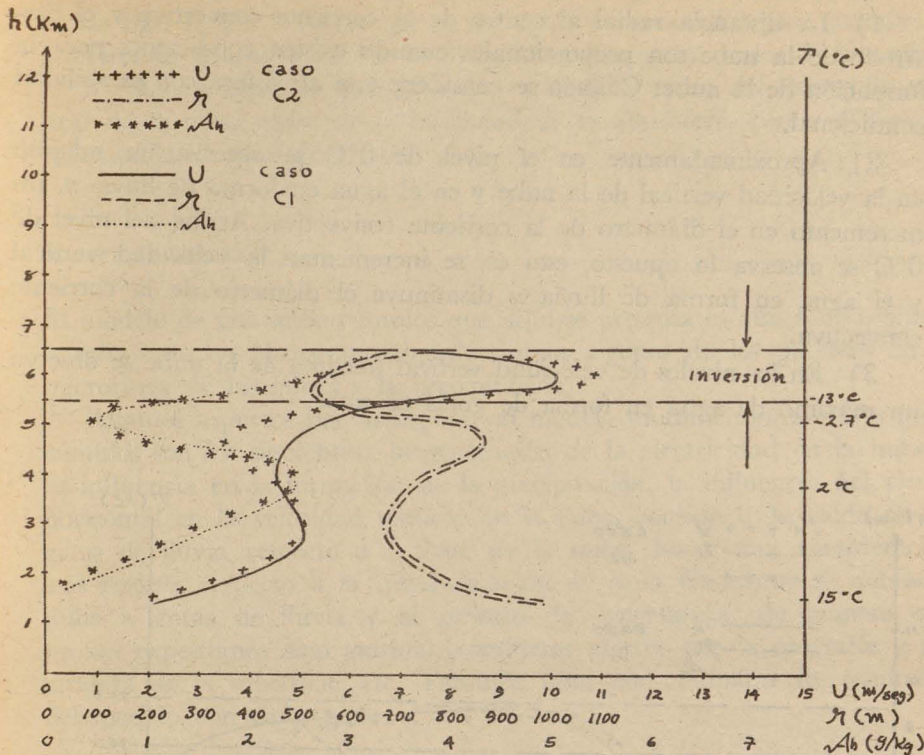


Fig. 2. Resultados del modelo numérico de una nube cúmulos para los casos C1 y C2.

11) CASO E1

Se usan los mismos datos que en el caso D1 sin considerar la inversión. Los resultados se muestran en la tabla 1.

12) CASO E2

Se usan los mismos datos que en el caso D2 sin considerar la inversión. Los resultados se muestran en la tabla 1.

4. RESULTADOS

Los resultados que se obtienen con el modelo numérico unidimensional de la nube cúmulos que en este trabajo se presenta, son los siguientes:

1) La distancia radial al centro de la corriente convectiva y el desarrollo de la nube son proporcionales cuando existen condiciones para la formación de la nube. Cuando se considera una atmósfera con estabilidad condicional.

2) Aproximadamente en el nivel de  $0^{\circ}\text{C}$  se observa un mínimo en la velocidad vertical de la nube y en el agua en forma de lluvia y, un incremento en el diámetro de la corriente convectiva. Arriba del nivel de  $0^{\circ}\text{C}$  se observa lo opuesto, esto es, se incrementan la velocidad vertical y el agua en forma de lluvia y disminuye el diámetro de la corriente convectiva.

3) En los niveles de velocidad vertical máxima de la nube se observa un máximo de agua en forma de gotas de nube.

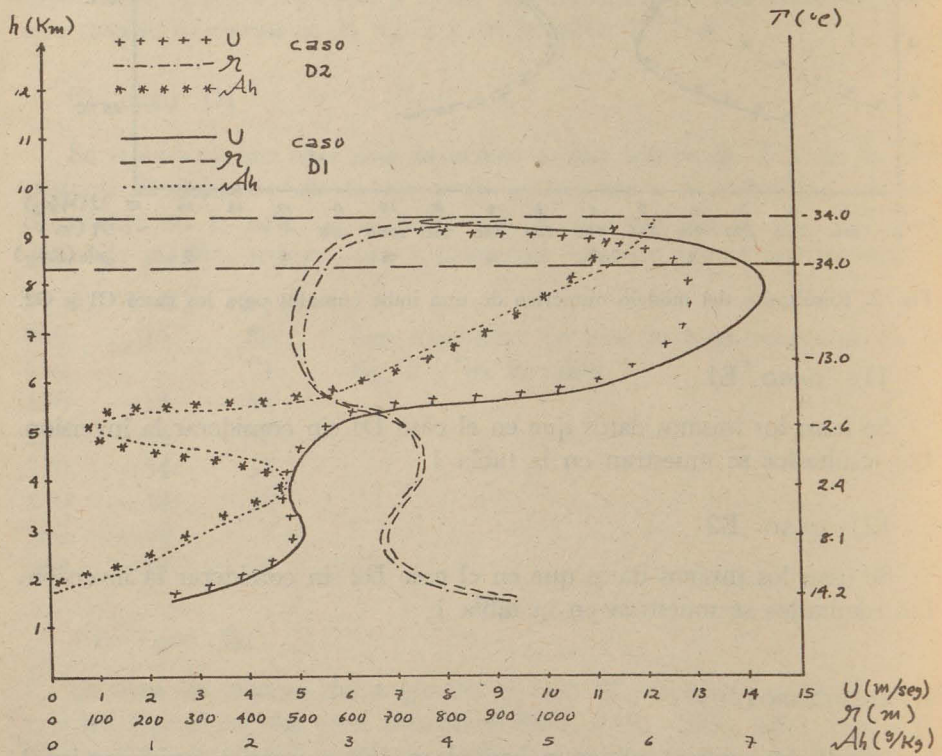


Fig. 3. Resultados del modelo numérico de una nube cúmulos para los casos D1 y D2.

4) Las inversiones limitan el desarrollo de la nube como puede verse en las figs. 1, 2 y 3. En donde se muestran los resultados para inversiones a diferentes alturas para una atmósfera con diferentes grados de humedad.

5) La cantidad de precipitación es función, tanto del desarrollo vertical de la nube como de la humedad de la atmósfera, como se observa en la tabla de resultados núm. 1.

## 5. SUGERENCIAS

El modelo de una nube cúmulos que aquí se presenta es aún muy limitado y, solamente en forma aproximada simula algunos de los procesos de la microfísica de las nubes y la precipitación.

Algunos aspectos por incorporar al modelo unidimensional de la nube cúmulos son los siguientes: la generación de la electricidad en la nube y su influencia en la formación de la precipitación, la influencia del viento horizontal en la velocidad vertical de la nube, considerar la caída de las gotas de lluvia respecto a la base de la nube, hacer una consideración más realista respecto a la transformación de agua en forma de gotas de nube a gotas de lluvia y al proceso de congelación, de manera que no sea espontánea sino gradual, considerar efectos por la orografía y naturaleza de la superficie, etc. También falta por comparar los resultados del modelo con casos reales.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Se agradece magnánimamente la colaboración de Ma. Isabel Villaseñor D. y Eréndira G. Estrada V., en el desarrollo de este trabajo.

APÉNDICE  
LISTA DE SÍMBOLOS

$A_c$	agua de nube que se congela
$A_h$	agua en forma de gotas de lluvia
$A_n$	agua en forma de gotas de nube
$A_t$	agua total de nube y lluvia
$c$	capacidad calorífica a presión constante
$d$	diámetro
$dM$	masa de una porción de aire
$E$	coeficiente de colección
$e_s(T)$	presión del vapor saturado a la temperatura $T$
$F$	factor de reflectibilidad del radar
$G$	agua que precipita en un nivel
$g$	aceleración por gravedad
$H_r$	humedad relativa
$h$	altura
$L$	calor latente de condensación
$L$	calor latente de congelación
$Ln$	logaritmo natural
$L_s$	calor latente de sublimación
$M$	masa de una porción de nube
$M$	razón de mezcla por arrastre
$N_d$	distribución de tamaños de gotas
$N_0$	número inicial de gotas
$n$	número de segmentos en que se divide la altura
$P, p$	presión atmosférica
$\bar{p}_i$	presión media del vapor saturado sobre el hielo
$\bar{p}_w$	presión media del vapor saturado sobre el agua
$IR$	Constante universal de los gases
$R$	Cantidad de precipitación
$RM_s$	razón de mezcla saturada
$\eta$	distancia radial al centro de la corriente ascendente
$T$	temperatura
$T_0$	temperatura de la porción de nube antes de la mezcla
$T_1$	temperatura de la porción de nube después de la mezcla
$T_v$	temperatura del aire
$\bar{T}^*$	temperatura virtual media
$U$	velocidad vertical de la corriente convectiva
$V_d$	velocidad de caída de una gota con diámetro $d$
$V_t$	velocidad terminal de caída de una gota de diámetro medio
$\epsilon$	razón del peso molecular del agua al peso molecular del aire seco
$\Gamma$	función gamma
$\Gamma_d$	gradiente adiabático seco
$\rho_a$	densidad del aire
$\rho_w$	densidad del agua

## BIBLIOGRAFÍA

- HOUGHTON, H. G. and H. E. KRAMER, 1951. A Theory of Entrainment in Convective Currents, *J. Meteor.*, 8, pp. 95-102.
- KESSLER, E., 1959. Kinematical Relations Between Wind and Precipitation Distributions, *J. Meteor.*, 16, pp. 630-637.
- KESSLER, E., 1969. On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulations, *Met. Monograph.*, vol. 10, núm. 32, American Met. Society, Boston, 84 pp.
- SMITH, P. L., Jr., D. E. CAIN, A. S. DENNIS and J. R. MILLER Jr., 1975. Determination of R-Z Relationships for Weather Radar Using Computer Optimization Techniques, Report 75-3, Institute of Atmospheric Sciences, South Dakota School of Mines and Technology, Rapid City, S. Dak., 67 pp.
- SLOOS, P. W., 1967. An Empirical Examination of Cumulus Entrainment, *J. Appl. Meteor.*, 6, pp. 878-881.