

# INTEGRACIÓN NUMÉRICA PRELIMINAR DEL MODELO BAROTRÓPICO EN LA REGIÓN IV. PARTE I

ENRIQUE J. BUENDÍA CARRERA\*  
TOMÁS MORALES ACOLTZI\*

## RESUMEN

Es de vital importancia para el buen desarrollo de las actividades agrícolas, ganaderas, marítimas, agropecuarias, etc., el contar con un pronóstico del tiempo satisfactorio a corto plazo. Por ello es fundamental utilizar las leyes hidrodinámicas que describen el desarrollo y movimiento de los sistemas atmosféricos sólo así llegaremos a un pronóstico del tiempo adecuado.

En este trabajo presentamos la integración numérica del modelo barotrópico en la región IV de la Organización Meteorológica Mundial trazada sobre una proyección Cónica de Lambert a 30° de latitud norte con 221 puntos en la malla y un paso de tiempo de 1 hora.

## INTRODUCCIÓN

En periodos menores o iguales a cinco días la atmósfera se comporta como un fluido adiabático, es decir, el flujo de energía en forma de radiación solar y terrestre así como el transporte de calor latente son muy pequeños comparados con el trabajo desarrollado por el sistema, de tal forma que se desprecian y la primera ley de la termodinámica nos presenta un balance entre los cambios de la energía interna y los cambios del trabajo desarrollado por o sobre el sistema (Hess, 1955; Adem, 1962; Charney, 1950).

El trabajo desarrollado por o sobre el sistema está en función de la fuerza resultante presente, la cual por unidad de masa está dada por la ecuación de Euler. Tomando el rotacional de la ecuación de movimiento se obtiene la ecuación de la vorticidad, de cuyas componentes únicamente la vertical produce o distorsiona el movimiento de la atmósfera (Charney, 1948; Charney y Phillips, 1953).

\* Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM.

Suponiendo que el fluido es geostrófico a los 500 mb en el sistema  $(x, y, p, t)$  y si además la densidad se supone función únicamente de la presión, es posible que la ecuación de la vorticidad vertical quede en función, sólo de la altura geopotencial, la cual será el dato inicial para pronosticar el campo del geopotencial y vorticidad principalmente. Este modelo es conocido meteorológicamente como modelo barotrópico, integrado inicialmente por J. Charney en latitudes medias y altas.

#### EL MODELO

La ecuación de momentum para movimientos horizontales, en la escala sinóptica, en el sistema  $(x, y, p, t)$  está dada por

$$\frac{dV}{dt} + \hat{k} \times fV = \nabla\Phi \quad (1)$$

donde  $\frac{dV}{dt}$  representa la fuerza horizontal por unidad de masa,  $\hat{k} \times fV$  la fuerza por unidad de masa debida a la rotación de la Tierra y  $\nabla\Phi$  es la fuerza por unidad de masa debida al geopotencial,  $V$  la velocidad horizontal,  $f$  el parámetro de Coriolis,  $\Phi$  el geopotencial, y el operador  $\frac{d}{dt}$  está dado por

$$\frac{d}{dt} = \left[ \frac{\partial}{\partial t} \right]_p + u \left[ \frac{\partial}{\partial x} \right]_p + v \left[ \frac{\partial}{\partial y} \right]_p + \omega \frac{\partial}{\partial p}$$

En el nivel de los 500 mb la aceleración horizontal es más pequeña que la fuerza de Coriolis y el gradiente del geopotencial (Charney, 1948) y la ecuación (1), se reduce a la expresión conocida para el viento geostrófico

$$V = -\frac{1}{f} \hat{k} \times \nabla\Phi \quad (2)$$

Aplicándose el operador  $(\nabla \times)$  a la ecuación de momentum (1) se obtiene la ecuación de vorticidad cuya componente vertical tiene la forma

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla (\xi + f) - \omega \frac{\partial \xi}{\partial p} - (\xi + f) \nabla \cdot \mathbf{V} + \left\{ \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right\} \quad (3)$$

donde  $\xi$  es la componente vertical de la vorticidad relativa dada por

$$\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

$\frac{\partial \xi}{\partial t}$  representa el cambio local de la vorticidad relativa,  $\mathbf{V} \cdot \nabla (\xi + f)$  el cambio por advección de la vorticidad absoluta,  $\omega \frac{\partial \xi}{\partial p}$  el cambio por advección vertical de la vorticidad relativa,  $(\xi + f) \nabla \cdot \mathbf{V}$  el cambio de la vorticidad absoluta por la divergencia y  $\left\{ \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial p} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right\}$  es el término debido a la inclinación.

Realizándose un análisis de escala de acuerdo con Hess L., S., se observa que los términos de inclinación, advección vertical y de divergencia son despreciables comparados con el cambio local de la vorticidad y la advección horizontal de la vorticidad absoluta, de tal forma que al suponer que la atmósfera a los 500 mb es geostrófica, la ecuación (3) se reduce a

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\mathbf{V}_g \cdot \nabla (\xi_g + f) \quad (5)$$

donde  $\xi_g$  es la vorticidad geostrófica y  $\mathbf{V}_g$  el viento geostrófico, dados por

$$\xi_g = \frac{1}{f} \nabla^2 \Phi \quad (6)$$

$$\mathbf{V}_g = \frac{1}{f} \hat{\mathbf{k}} \times \nabla \Phi \quad (7)$$

Sustituyendo (6) y (7) en la ecuación de vorticidad (5) se obtiene la ecuación de vorticidad del modelo barotrópico

$$-\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{f} \nabla^2 \Phi + \hat{k}_x \left( \frac{1}{f} \nabla \Phi \right) \cdot \nabla \left( \frac{1}{f} \nabla^2 \Phi + f \right) = 0 \quad (8)$$

o bien

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 z) + \left[ \frac{g}{f} J(z, \nabla^2 z) + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} \right] = 0 \quad (9)$$

donde  $\Phi = gz$ , siendo  $z$  la altura geopotencial.

La ecuación de la vorticidad del modelo barotrópico (9) se integra utilizándose una proyección cónica de Lambert sobre la malla que muestra la figura 1, de tal forma que la ecuación (9) tiene la forma

$$m^2 \frac{\partial \nabla^2 z}{\partial t} = - \left\{ \frac{g}{f} m^2 J(z, m^2 \nabla^2 z) + m^2 \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} \right\} \quad (10)$$

donde los operadores son ahora aplicados sobre el sistema de coordenadas de la malla y  $m$  es el factor de mapa dado por

$$m = \left( \frac{\text{sen } \Psi_1}{\text{sen } \Psi} \right) \left[ \frac{\tan \left( \frac{\psi}{2} \right)}{\tan \left( \frac{\psi_1}{2} \right)} \right]^N$$

siendo  $\Psi_1 = 30^\circ$  de latitud norte y  $\Psi$  la latitud para cualquier punto de la malla.

Utilizándose diferencias finitas se tienen las siguientes aproximaciones (figura 1)

$$\frac{\partial z}{\partial X} \approx \frac{z_{i+1,j} - z_{i-1,j}}{2d}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2d}$$

$$\nabla^2 z \approx \frac{z_{i+1,j} + z_{i-1,j} + z_{i,j+1} + z_{i,j-1} - 4z_{i,j}}{d^2}$$

$$J(z, \gamma) \approx \frac{(z_{i+1,j} - z_{i-1,j})(\gamma_{i,j+1} - \gamma_{i,j-1}) - (z_{i,j+1} - z_{i,j-1})(\gamma_{i+1,j} - \gamma_{i-1,j})}{(2d)^2}$$

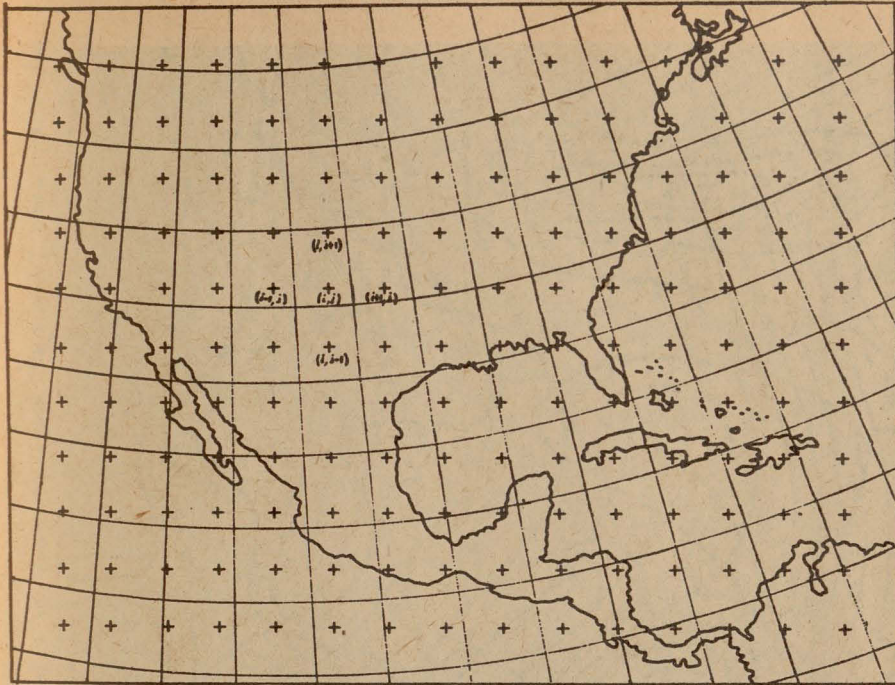


Fig. 1. Malla para la integración numérica del modelo barotrópico, sobre una proyección cónica de Lambert.

De tal forma que la ecuación (10) se reduce a

$$\nabla_{i,j}^2 \frac{\partial z}{\partial t} = F_{i,j} \tag{11}$$

donde

$$F_{i,j} = - \left\{ \frac{g}{f} J_{i,j}(z, \gamma) + \left[ \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial x} \right]_{i,j} \right\}$$

y

$$\gamma = m^2 \nabla^2 z$$

Resolviendo la ecuación (11) por el método de relajación se obtiene  $\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)$ , de tal forma que el campo isohéptico pronosticado a 500 mb se obtiene por

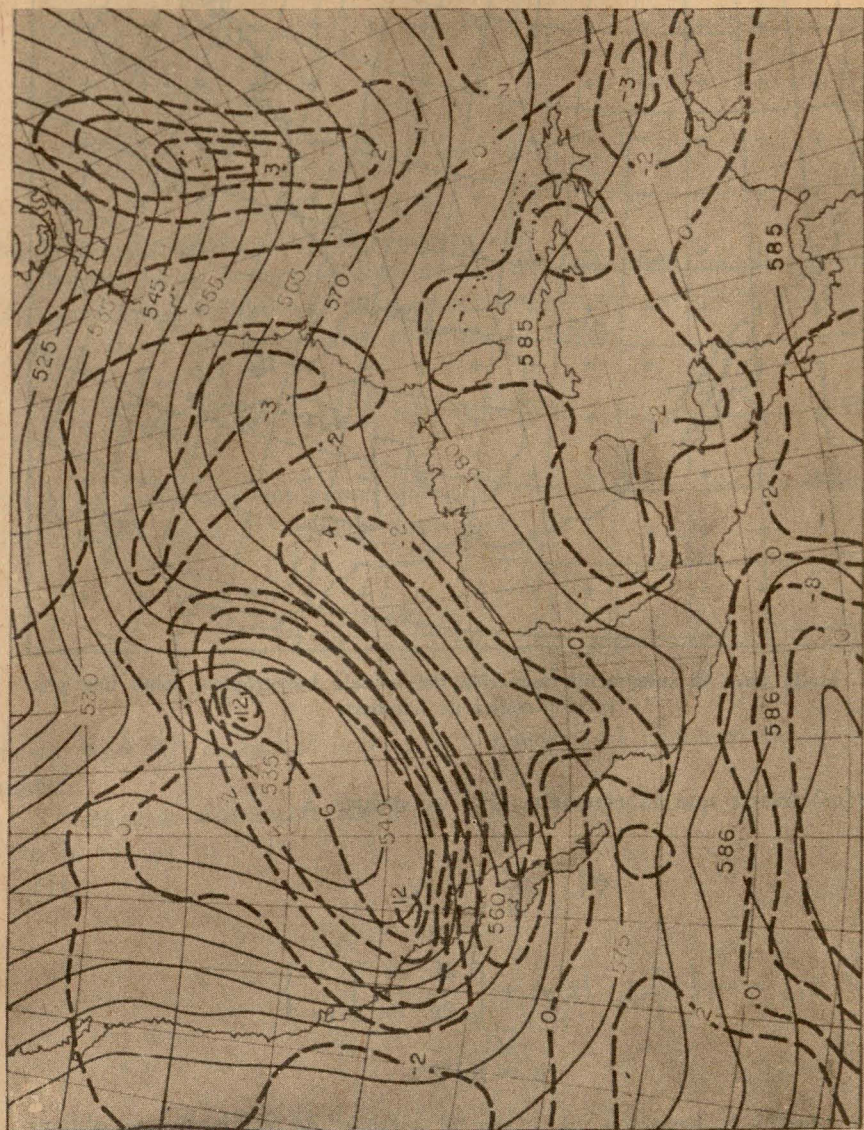


Fig. 2a. Campos isohéptico (línea continua) y de vorticidad (línea discontinua) observados a 500 mb el dos de enero de 1976 a las 00.00Z.

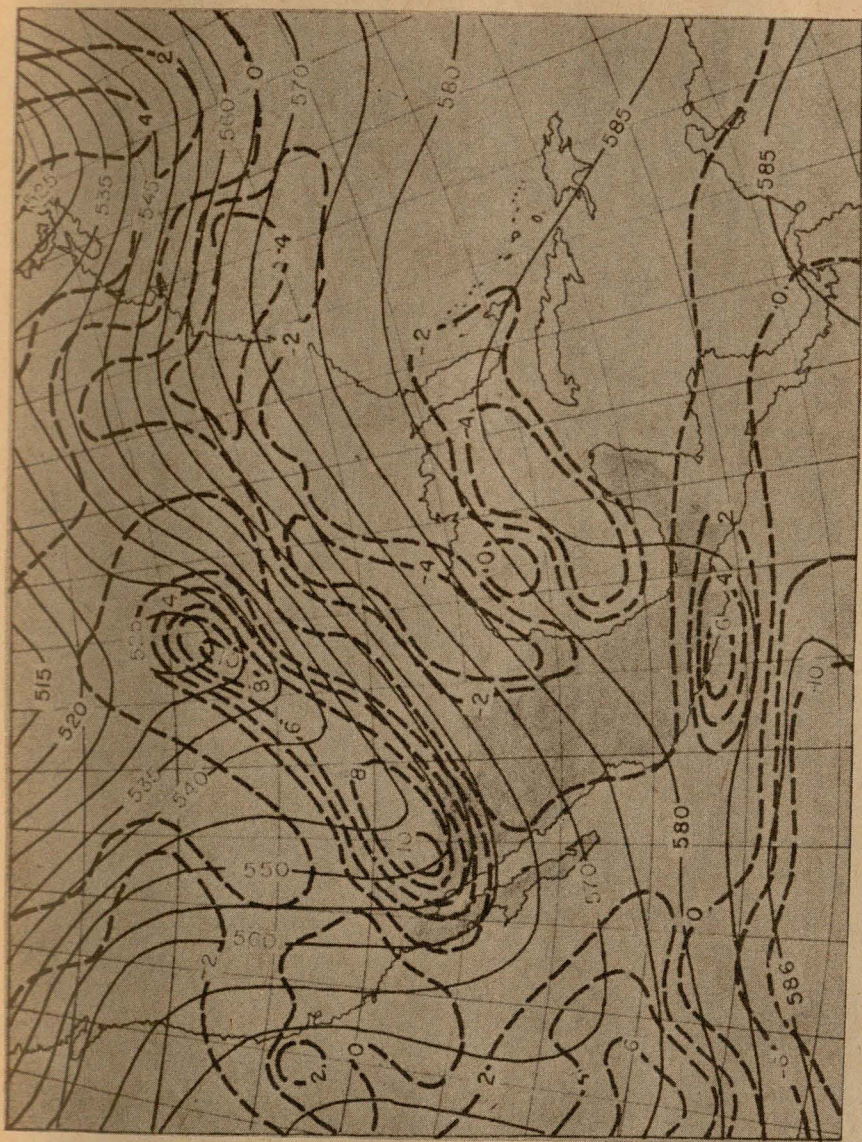


Fig. 2b. Campos isohéptico (línea continua) y de vorticidad (línea discontinua) observados a 500 mb el dos de enero de 1976 a las 12.00Z.

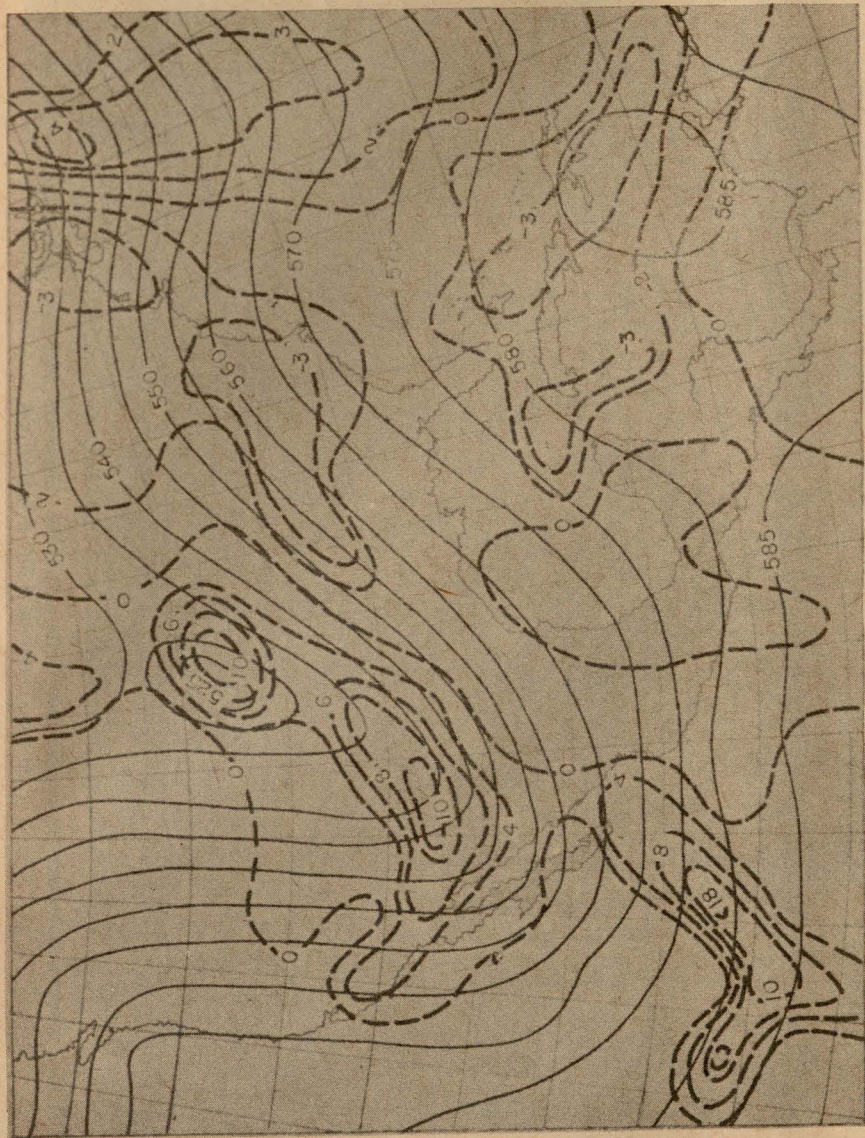


Fig. 2b. Campos isohéptico (línea continua) y de vorticidad (línea discontinua) pronosticados a 500 mb para el 2 de enero de 1976 a las 12.00Z.

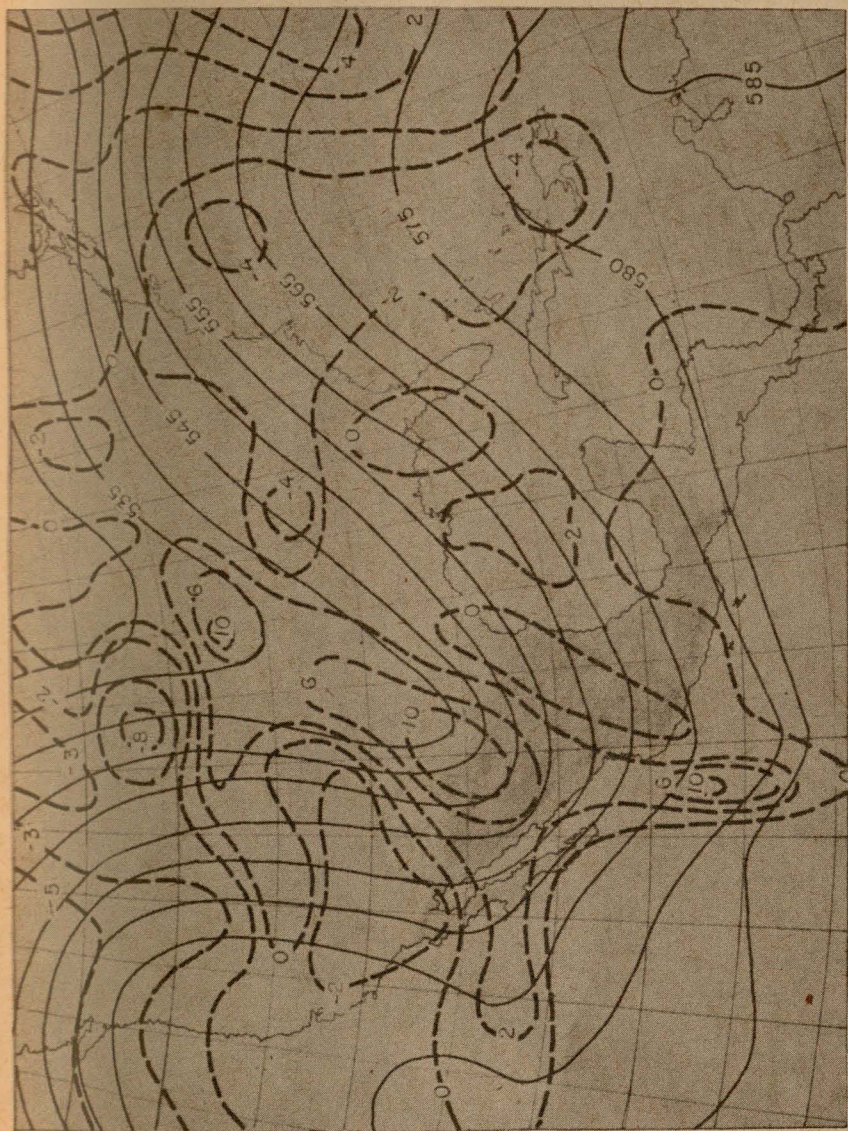


Fig.2.c. Campos isohéptico (línea continua) y de vorticidad (línea discontinua) pronosticados para el 3 de enero de 1976 a las 00.00Z.

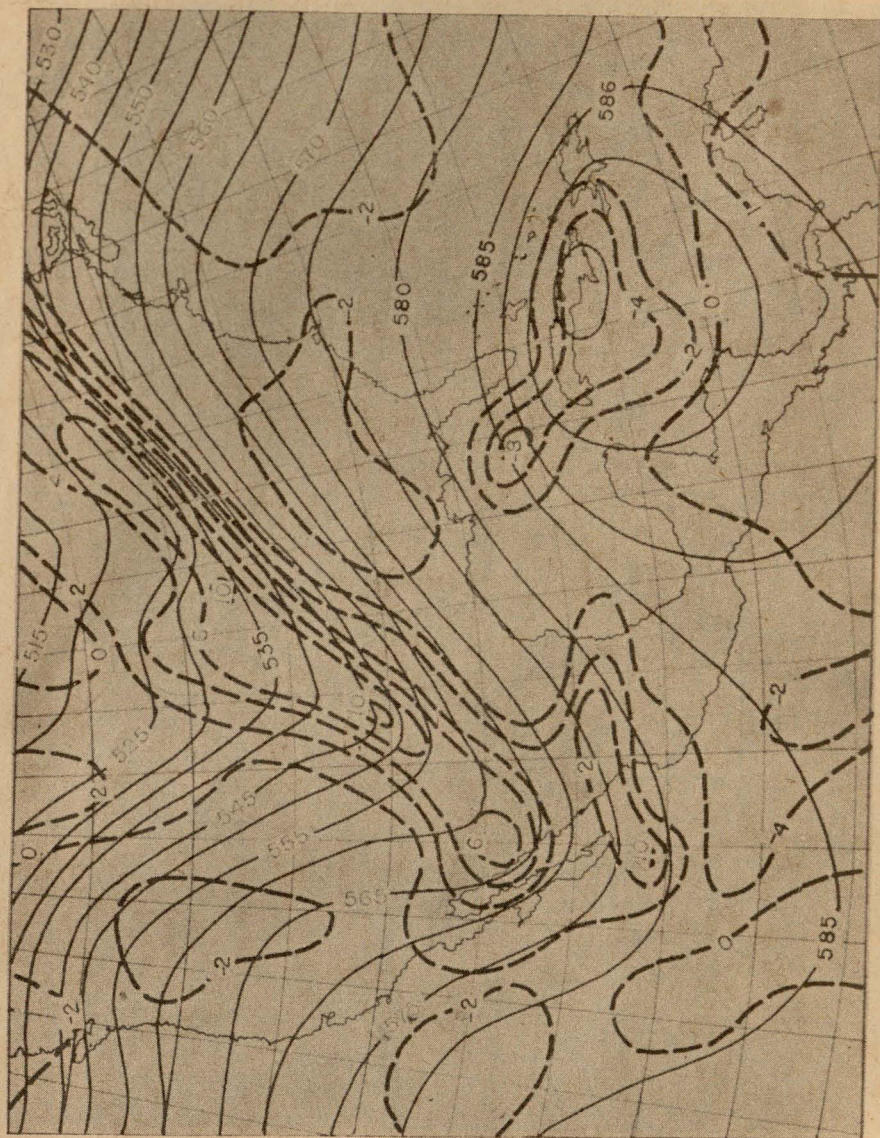


Fig. 2d. Campos isotérmico (línea continua) y de vorticidad (línea discontinua) observados a 500 mb el 3 de enero de 1976 a las 00.00Z.

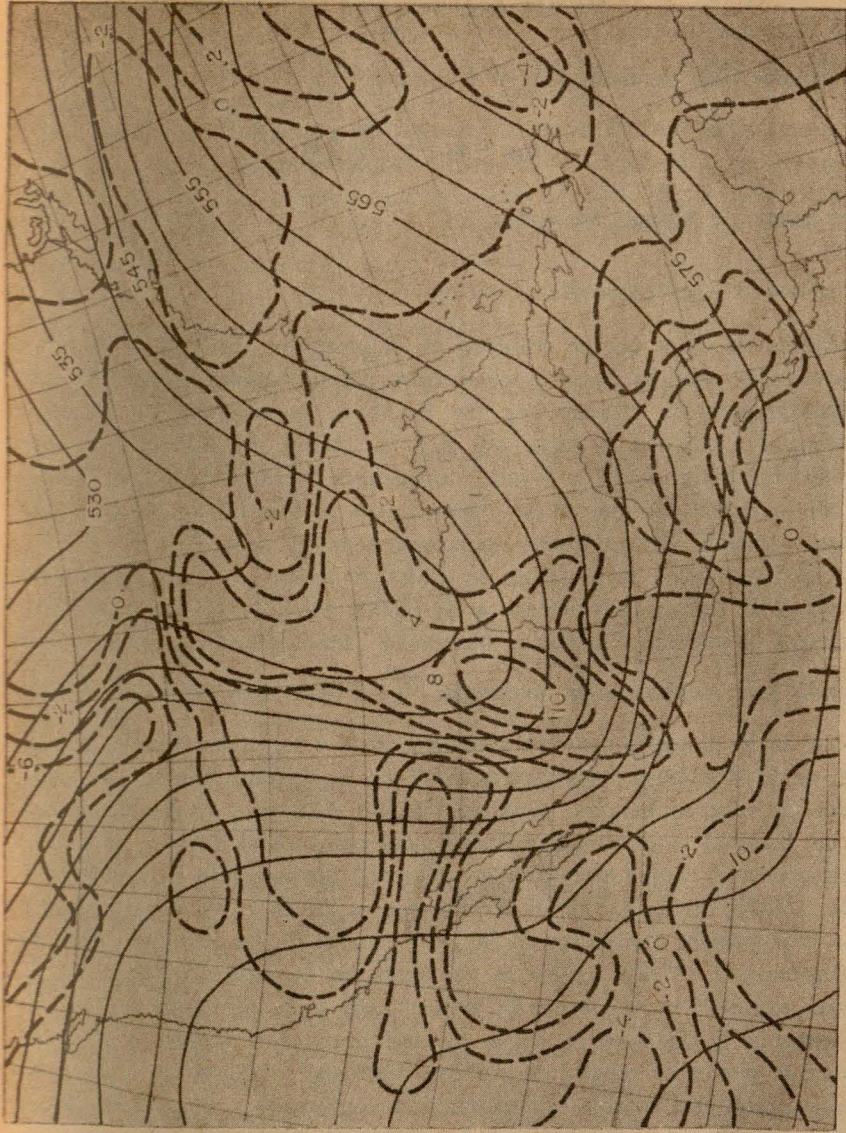


Fig. 2e. Campos isohéptico (línea continua) y de vorticidad (línea discontinua) pronosticados para el 3 de enero de 1976 a las 12.00Z

$$z_{t+1} = z_t + \frac{\partial z}{\partial t} \Delta t$$

en el primer paso de tiempo  $\Delta t = 1$  hora y

$$z_{t+1} = z_{t-1} + \frac{\partial z}{\partial t} 2\Delta t$$

en los pasos de tiempo siguientes.

#### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El conjunto de datos que se emplean en el pronóstico del campo isohéptico utilizándose el modelo barotrópico fueron proporcionados gentilmente por el departamento de climatología de RAMSA, consistiendo de la altura geopotencial a 500 mb a partir del 2/1/76, 00.00z. El análisis del campo isohéptico fue realizado en la forma convencional y sobre los mapas tradicionales de la región IV que en los últimos años se han estado usando en las diferentes oficinas de pronóstico que existen en el país.

En la figura (2a) se muestran la altura geopotencial (línea continua) a lo largo de la región IV existente a las 00.00z del 2/1/76, simultáneamente se muestra la vorticidad absoluta observada (línea discontinua), la cual es calculada por medio de la expresión  $\frac{m^2}{f} \nabla^2 \Phi + f(x,y) = 0$ . Es notorio

observar en los datos iniciales la presencia de dos vaguadas, una de ellas al NNW de la República Mexicana y SSW de los Estados Unidos de Norteamérica, la otra se localiza sobre el Océano Atlántico. El desplazamiento existente hacia el E de estos sistemas es detectado por el modelo, tal y como se muestra en el campo de altura geopotencial pronosticado para el 2/1/76, 12.00z, 3/1/76, 00.00z y 3/1/76, 12.00z figuras 2b 2c y 2d, respectivamente.

La baja presión que existe en la parte central de los Estados Unidos de Norteamérica el 2/1/76, 12.00z es calculada en la misma región y las diferencias que se observan entre la pronosticada y la observada son debidas a la cercanía de la frontera norte, la cual produce contaminación; en estas zonas se tienen los centros de máxima vorticidad absoluta los cuales generan una atmósfera inestable favoreciendo la convección y produciendo precipitación tal y como se reportó en las estaciones sinópticas adyacentes. La vaguada del Atlántico se ha desplazado hacia el E aproximadamente 565 km coincidiendo lo pronosticado con lo observado, en la vaguada continental el desplazamiento hacia el E calculado ha sido ligeramente mayor,

debido primordialmente a la hipótesis de considerar que no existe cambio en el geopotencial a lo largo de la frontera N de la integración que se ha descrito en la sección anterior. Los campos de vorticidad son bastante similares a lo largo de la vaguada continental.

Sin hacer cambio en el flujo de las fronteras, 24 hs más tarde, la vaguada continental pronosticada se ha desplazado hacia el E aproximadamente 6.3 grados, mientras que la observada 500 km, y existe una disminución del gradiente isohéptico en el lado de sotavento respecto al observado, en éste la contaminación de la frontera crece y aumenta en el N y NNW mientras que en la parte E se observa mayor bondad y tanto en el campo pronosticado como en el observado, la vaguada se ha desplazado hacia el E y ya no aparece sobre la región IV.

A pesar de la contaminación existente en la frontera 36 hs después de nuestros datos iniciales, el sistema calculado ha seguido desplazándose hacia el E de acuerdo con lo observado pero ha disminuido a lo largo de toda el área de la región IV, el gradiente isohéptico, a pesar de ello presenta una aproximación en la parte central y N de nuestro país.

Indudablemente que a pesar de la proyección cónica de Lambert y del área tan reducida para la integración numérica es posible mejorar los resultados obtenidos empleando una malla más pequeña que la utilizada en este caso, ya que los detalles de los sistemas que se presentaban no son detectados por la distancia de separación entre cada punto de la malla y por eso percibe, sólo el movimiento de los grandes sistemas (Charney, 1949; Tu-Cheng Yeh, 1948).

En estudios futuros, la distancia entre los puntos de la malla serán de 200 km ya sea para modelos barotrópicos, baroclínicos y ecuaciones primitivas que actualmente estamos desarrollando con el fin de proporcionar una predicción oportuna y satisfactoria del tiempo. Debido a la proximidad de nuestro país a las fronteras W y S de la malla en la región IV se produce una contaminación que es necesario evitar, por lo que es indispensable para un buen desarrollo del pronóstico numérico, y también del tradicional, contar con información desde los  $140^{\circ}\text{W}$  y entre  $15^{\circ}$  ó  $10^{\circ}\text{S}$ , ya que a pesar de la estación invernal una gran cantidad de la humedad que llega a nuestro país proviene de la zona intertropical de convergencia desde  $140^{\circ}\text{W}$  aproximadamente, y tal como tenemos el mapa de la región IV es muy difícil poder localizar el sistema cuando penetra por la ausencia de datos y actualmente por la falta de construir el campo sinóptico en base a la fotografía de satélite. Además de extender el área de dominio de los fenómenos atmosféricos se debe utilizar una proyección mercator, la cual

es más representativa en los trópicos disminuyendo al máximo la deformación clásica que producen las otras proyecciones en nuestras latitudes.

Finalmente, como era de esperarse la alta presión generada en el mar Caribe no es detectada por el modelo barotrópico por ser un modelo de un sólo nivel y no puede generar la existencia de un sistema.

#### RECONOCIMIENTOS

Los autores del presente artículo expresan su más sincero agradecimiento al C. Lauro Ramírez por su esmerado trabajo en los dibujos. Al CSC por facilitar el desarrollo de los cálculos numéricos.

#### BIBLIOGRAFÍA

- ADEM, J., 1962. On the theory of the general circulation of the atmosphere. *Tellus*, 14, 102-115.
- CHARNEY, J., 1948. On the scale of atmospheric motions. *Geofis. Publ.*, 17 No. 2, 17 pp.
- CHARNEY, J., 1949. On a physical basis for numerical prediction of large-scale motions in the atmosphere. *Journal of Meteorology*, Vol. 6, No. 6, 371-385.
- CHARNEY, J., R. FJORTOFF y J. VON NEUMANN, 1950. Numerical Integration of the Barotropic Vorticity Equation. *Tellus*, vol. 2, No. 4, 237-254.
- CHARNEY, J. y N. PHILLIPS, 1953. Numerical integration of the quasi-geostrophic equations for Barotropic and simple Baroclinic flows. *Journal of Meteorology*, vol. 10, No. 2, 71-99.
- HESS L., S., 1959. Introduction to theoretical Meteorology *Holt, Rinehart and Winston*, New York.
- TU-CHENG YEH, 1949. On energy dispersion in the atmosphere. *Journal of Meteorology*, vol. No. 6, No. 1, 1-16.

#### COMITÉ NACIONAL DE GEODINÁMICA

Alonso Espinoza, Héctor  
Comisión Coordinadora de  
Cerro Prieto, Mexicali, B. C.

Benavidez García, Luis  
Colegio de ingenieros Mineros Metalurgistas  
Petroleros y Geólogos de México, A. C.

Chiñas Laló, Robisel  
Sociedad Geológica Mexicana, A. C.

Del Castillo García, Luis  
Instituto de Geofísica, UNAM

De La Cruz R., Servando  
Instituto de Geofísica, UNAM

Echavarrí Pérez, Ariel  
Universidad de Sonora

Deza Suárez, Antonio  
Instituto Mexicano del Petróleo

Guerrero, Jesé  
Instituto de Geología, UNAM

Lara Trujillo, Luis  
Asociación Mexicana de Geólogos  
Petroleros, A. C.

Lomnitz A., Cinna  
Instituto de Geofísica, UNAM

López Ramos Ernesto  
Instituto de Geología, UNAM

López Ávila, Javier  
Consejo de Recursos Minerales

Mooser, Federico  
Comisión Federal de Electricidad

Mejía Daut, Octavio  
Gerente de Exploración  
Petróleos Mexicanos

Pantoja Alor, Jerjes  
Consejo Nacional de Ciencia  
y Tecnología

Rodríguez Torres, Rafael  
Instituto Nacional de Energía Nuclear

Salmerón Ureña, Pedro  
Director Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, IPN.

Santos Martínez José  
Universidad de San Luis Potosí